МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОФАЗНОГО ВЛАГОПЕРЕНОСА В ПОЧВАХ

Дударева О.В., к.ф.-м.н., доцент,
Кутушев Р.Р., магистрант,
Бирский филиал УУНиТ, г. Бирск, Россия

Аннотация. Рассматривается моделирование процессов влагопереноса в почвах, как многофазной системе «поровое пространство-раствор-воздух». На основе уравнения неразрывности и закона Дарси-Букингема рассмотрена и проанализирована смешанная форма уравнения Ричардса, описывающая в одномерной геометрии задачи процессы фильтрации, капилярного подъема жидкости и испарения. Для цифровизации рассматриваемого процесса предложена упрощенная модель с явной конечно-разностной схемой.

Ключевые слова: многофазная система, влагоперенос, уравнение Ричардса, цифровизация.

Известно, что почва представляет собой многофазную систему. Твердая фаза (пористая среда) взаимодействует с жидкой (почвенный раствор) и газообразной (почвенный воздух) фазами. Для прогнозирования влагопереноса в таких системах используются дифференциальные уравнения в частных производных. Такое прогнозирование влагопереноса в почвах позволяет описывать взаимное вытеснение фаз, капилярное удержание влаги и перенос газообразных компонент через поровое пространство. Математические эти процессы представляют собой связанную систему уравнений неразрывности и обобщенных законов Дарси для каждой подвижной фазы.

Уравнение сохранения массы воды в пористой среде, учитывая несжимаемую фазу плотности воды, запишем в виде:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \qquad (1)$$

где θ–объемное содержание жидкой воды, то есть доля объема пор, занятых водой,q –вектор скорости потока (расхода) воды (м/с), t–время. Величина θсвязана со степенью насыщения Si пористостью mсоотношением $\theta = mS$.

Для ненасыщенной пористой среды рассмотрим распространенный закон Дарси Букингема для случая переменной насыщенности. Предполагается, что плотность потока воды пропорциональна градиенту полного гидравлического напора H, который складывается из гравитационной и капилярной составляющих:

$$\mathbf{q} = -K(\theta)\nabla H = -K(\theta)\nabla(h + z) \tag{2}$$

где $K(\theta)$ – коэффициент гидравлической проводимости, зависящий от влажности, h–давление в почвенной влаге (выраженный в единицах напора), z–вертикальная координата.

Подставляя закон Дарси- Букингема (2) в уравнение неразрывности (1) получаем смешанную форму уравнения Ричардса [1-2]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot \left[K(\theta)\nabla(h + z) \right] \tag{3}$$

В одномерной вертикальной постановке(ось zнаправлена вниз) уравнение (3)записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left[K(\theta)\left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right] \tag{4}$$

Уравнение позволяет моделировать, как влага просачивается в почву и поднимается по капилярам или испаряется с поверхности. Единичное слагаемое отражает вклад силы тяжести.

В некоторых случаях, применение уравнения Рейнольдса ограничено вычислительной сложностью и потребностью в большом количестве эмпирических данных. Присутствующие в уравнении параметры K(θ) и C(θ) задаются эмпирическими значениями. При решении данного уравнения удобно использовать численные методы. Например, метод конечных разностей или метод конечных элементов. Для цифровизации процесса движение влаги в ненасыщенной почве предлагается упрощённая модель влагопереноса. При

таком упрощении уравнение Ричардса дискретизируется методом конечных разностей по явной схеме. Явная схема обеспечивает простоту реализации и достаточно высокую скорость расчета на каждом шаге по времени. Для соблюдения устойчивости необходимо соблюдать условия Куранта, требующее выполнение достаточно малого шага по времени при больших градиентах влажности.

Применение методов многофазного моделирования является основой математического моделирования процессов прогнозирования влагопереноса в почвах. Упрощённая модель, опирающаяся на уравнение Ричардса позволяет получать краткосрочные прогнозы влажности. Дальнейшее развитие направления связано с переходом от однофазных моделей к полным многофазным моделям, учитывающим динамику воздушной фазы и фазовые проницаемости. Такой переход, подкрепленный современными вычислительными методами, позволит повысить достоверность прогнозов влагопереноса в почвах.

Литература

1. Полуэктов Р.А. Динамические модели агроэкосистемы. Л.: Гидрометеоиздат, 1991, 312 с.

2. Рыжова И.М. Математическое моделирование почвенных процессов. – М.: Изд-во МГУ, 1987, 83 с.